植物と螺旋

植生研　小川眞一

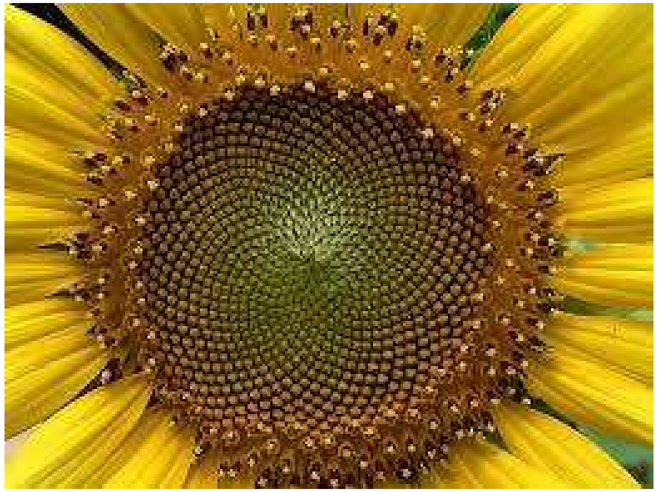
２０２６年　３月

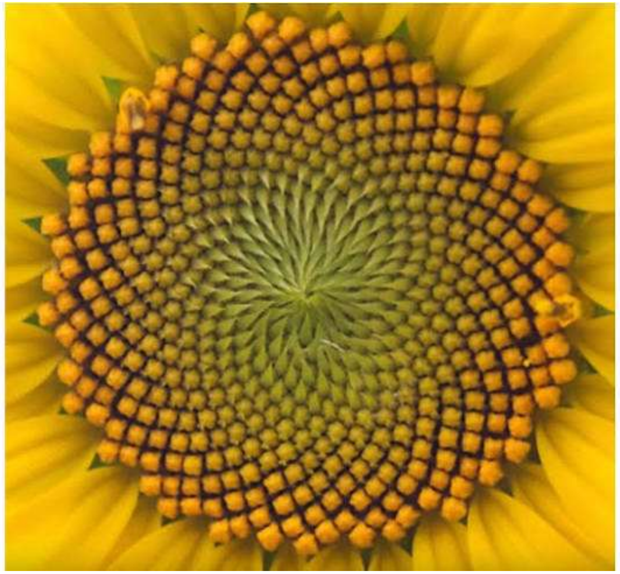
植物に隠された不思議な数学

- 螺旋
- フィボナッチ数列
- 黄金比
- 黄金角
- エントロピー

自然界の巧妙な仕組み～数学的なルールが隠されている

ひまわりと螺旋





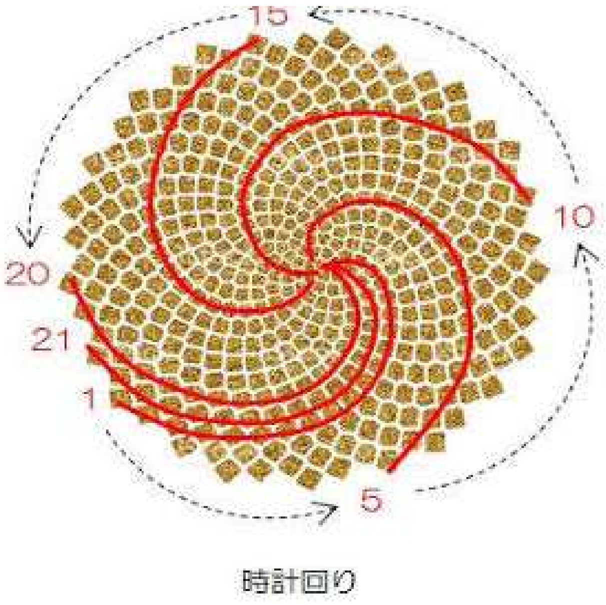
ひまわりの螺旋

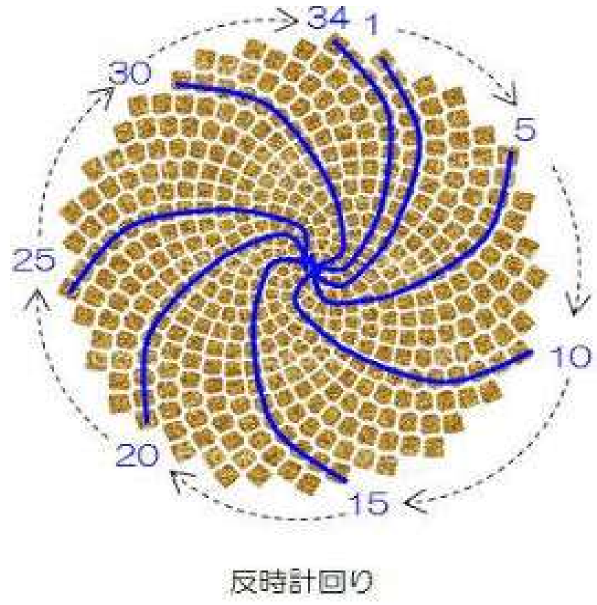
ひまわりの中心にある種の並びは、自然界が作り出した最も美しい数学的デザインの一つである。これには効率よくスペースを埋めるという植物の生存戦略が隠されている。

ひまわりに見られる2組の螺旋
ひまわりの種をじっくり観察すると、右回りと左回りの2種類の螺旋が交差している。
この螺旋の本数を数えると、
必ず連続する**2つのフィボナッチ数**（**1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...**）

小さなひまわり：**21本と34本**
中くらいのひまわり：**34本と55本**
大きなひまわり：**55本と89本**（または**89本と144本**）

なぜ、この数字になるのか？





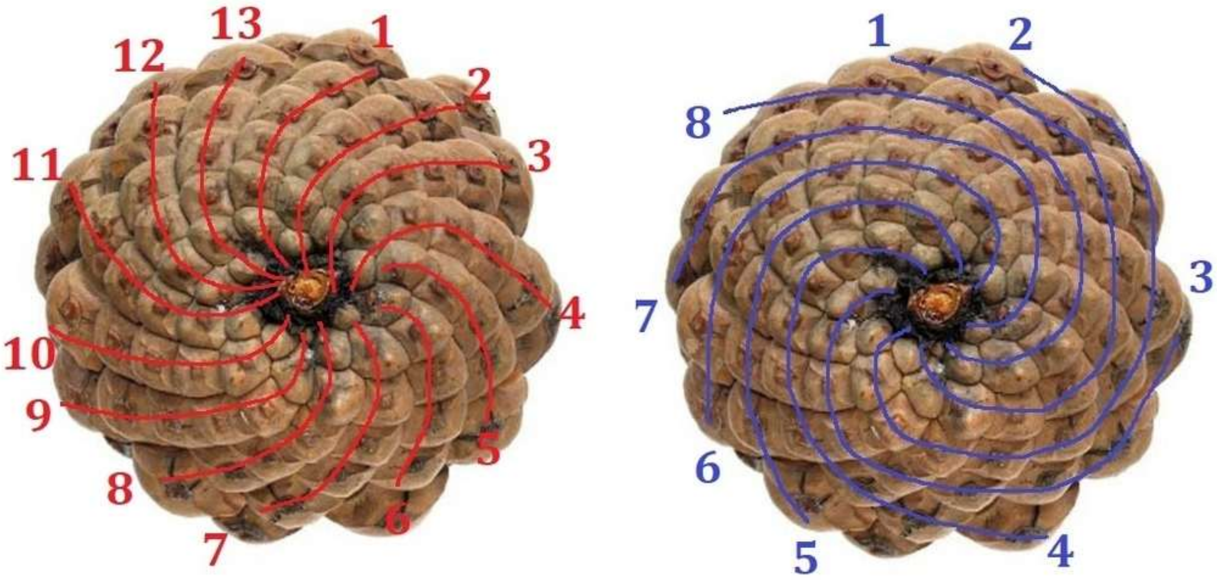
ヒマワリの種を見ると、らせんを描くように列が観察できる。 右の種の場合は、時計回りが21本、反時計回りが34本観察できる。

時計回りが 21本、反時計回りが34本
時計回りが34 本、反時計回りが55本。
時計回りが55 本、反時計回りが89　 の3通りしか存在しない

21、34、55、89　 みなフィボナッチ数である。

・フィボナッチ数列：　1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …
中心から外側まで隙間なく、最も均一な密度で種を詰め込むことができる。

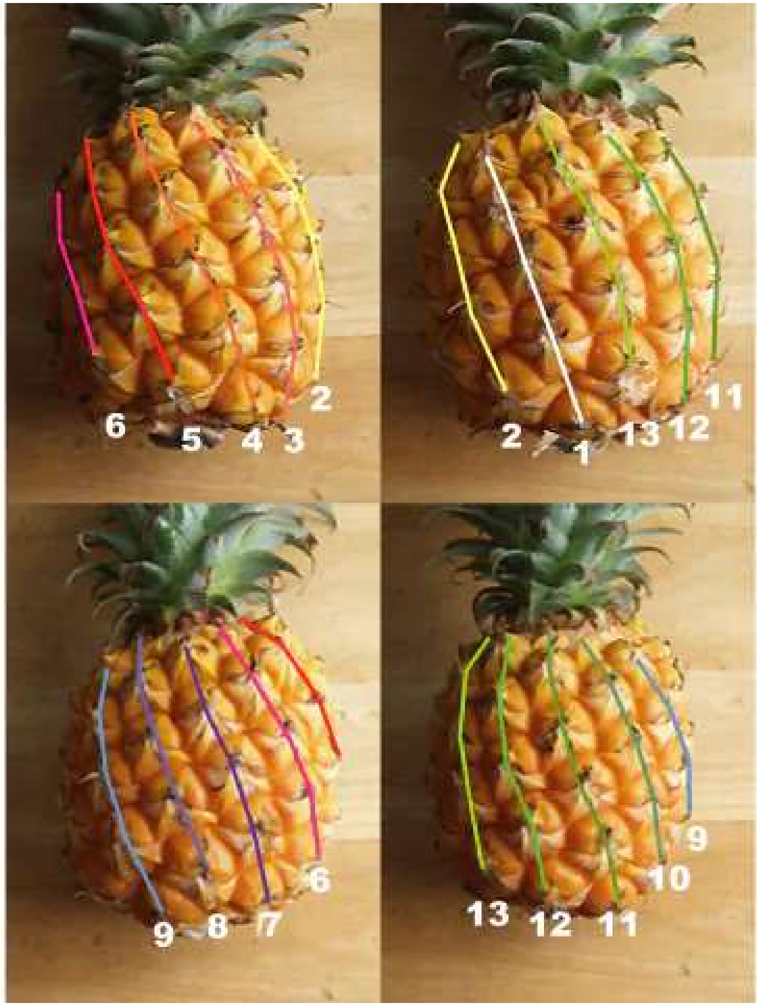
・種を最も効率的に高密度で配置し、日光を均等に受けるための自然の適応（植物の知恵）



まつぼっくり

根本から見たとき、松かさの並びのらせんの渦の本数、**時計回りで13本、反時計回りで8本、8も13もフィボナッチ数**。「5本と8本」や「8本と13本」

引用サイト：http://hibiyastudy.hatenablog.com/entry/math/fibonacci/



パイナップル

表面の模様を数えると
「8本、13本、21本」
の3方向のらせんが観察
される

フィボナッチ数列：
1, 1, 2, 3, **5, 8, 13**, **21**, 34, 55, 89, …

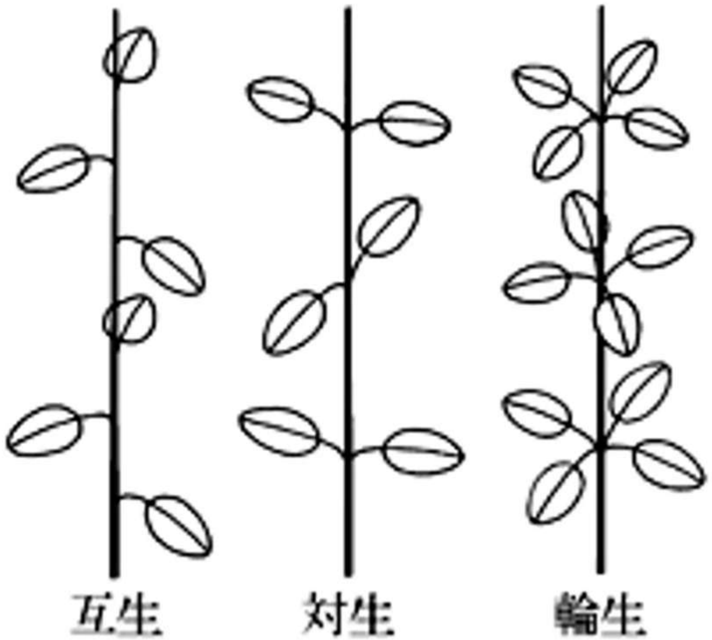
引用サイト：http://u0u1.net/Y3Rr

ランタナ

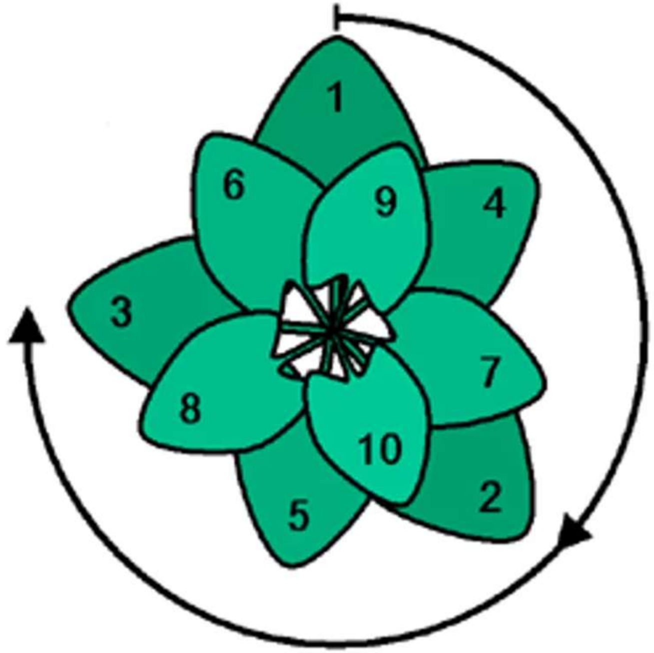
放射状に10本、5本の螺旋が存在している。

引用サイト：http://u0u1.net/Y3Rr

植物の葉の配列を**葉序**という。葉序にはパターンがあり、ヒマワリのような1本の茎に対する葉は**互生葉序**（１つの節には１枚の葉しかつかない）であり**螺旋葉序**となる。



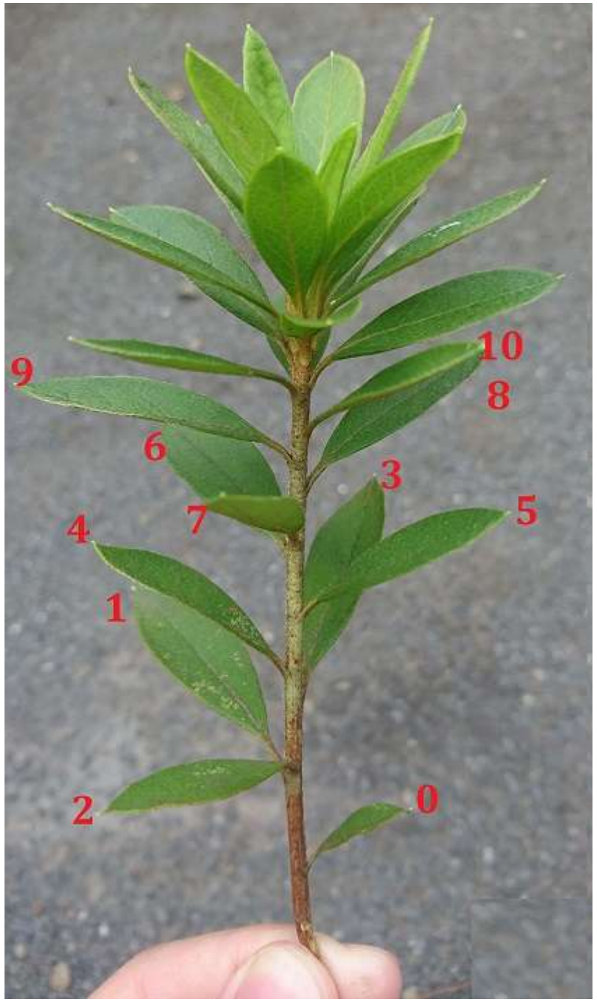
葉序の種類



螺旋葉序

らせん葉序の例：キャベツ、白菜なども黄金角に収れんする

https://www.tobesoft.co.jp/column/it-sampo/2593/



9
10
8
6
3
7
5
4
1
2
0

フィボナッチ数列と黄金比

数学的なつながり
・フィボナッチ数列とは「2つ前の項と1つ前の項を足し合わせていくことでできる数列」

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

・数列は「1,1」から始まり、
1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,...と続く

・**フィボナッチ数列と黄金比**には深い関係がある。
黄金比（人が美しいと感じる比率）の式は”**1 : 1.618**。フィボナッチ数列を比率で表していくと

2 : 3 ＝ 1 : 1.5、3 : 5 ≒ 1 : 1.666666、5 : 8 ＝ 1 : 1.6、8 : 13 ＝ 1 : 1.625、13 : 21 ＝ **1 : 1.61538**

フィボナッチ数列は数が増えるにつれ、その比率はどんどん**黄金比**に近づいていく。

様々な植物や昆虫がこの数列に当てはまっていく

●黄金比との関係

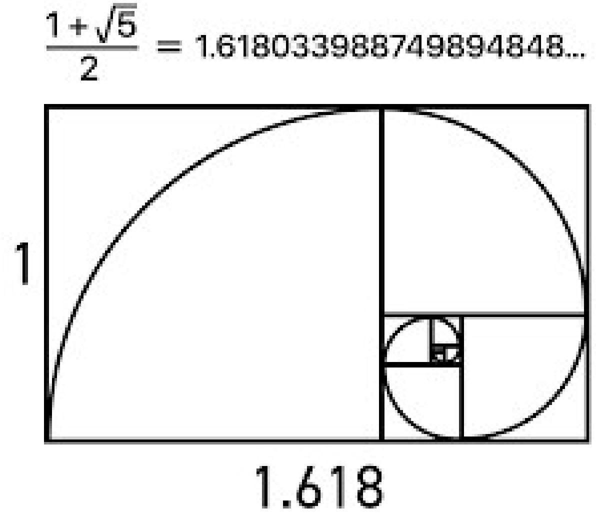
ある線分を(長)aと（短）bに分けたとき、**「全体 : 長 ＝ 長 : 短」 となる比率が黄金比**です。これを式にすると $(\mathrm{a}+\mathrm{b}): a = a: b$

フィボナッチ数列は「1,1」から始まり、1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55…と続く

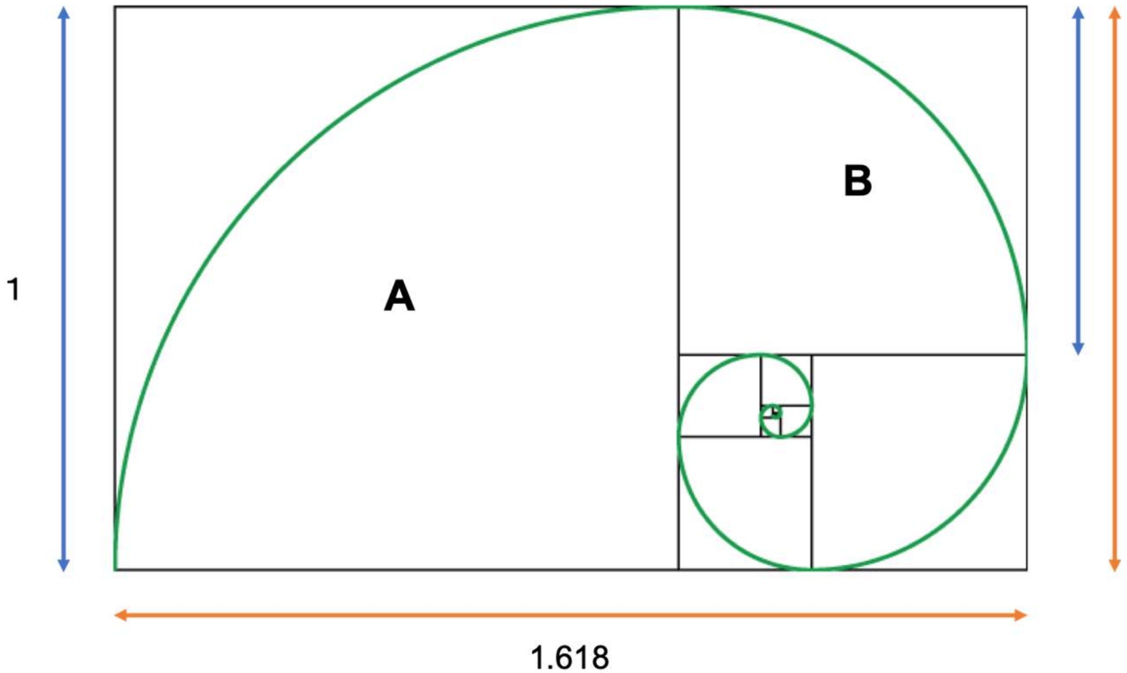
黄金比（人が美しいと感じる比率）の式は” 1 : 1.618・・・。

フィボナッチ数列は数が増えるにつれ、その比率はどんどん黄金比に近づいていきます。

$$1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}\,.$$



黄金比と対数螺旋

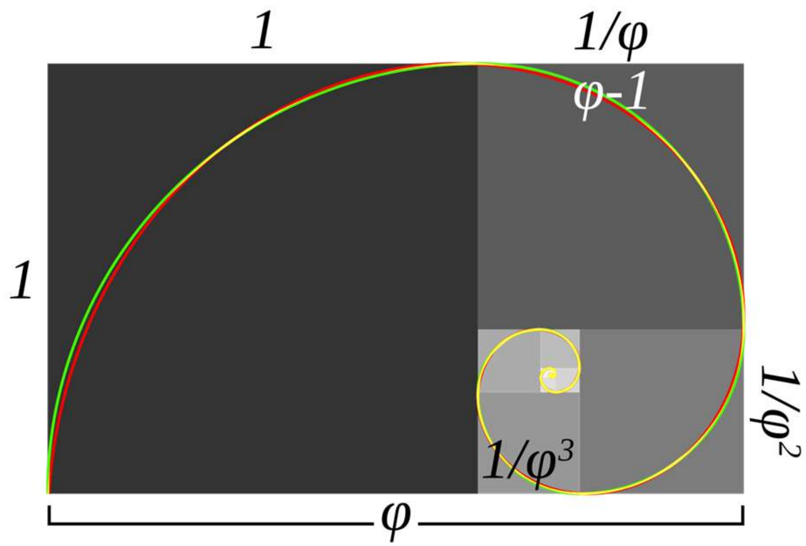


この図（四角形）は**黄金方形**という。黄金方形の辺の長さは縦横で**黄金比**をなしている。ここから正方形Aを切り出すと、また黄金方形（正方形Bを含む長方形）が現れる。そして、ここから正方形Bを切り出すと、さらに黄金方形が現れ、理論上は無限に続く。

そして、正方形の１角を起点とし四分の一円を描いていくと、**螺旋模様**が作られる。

対数螺旋（または等角螺旋、ベルヌーイの螺旋）と呼ばれるもので下記で表せる

$$r = ae^{b\theta}$$

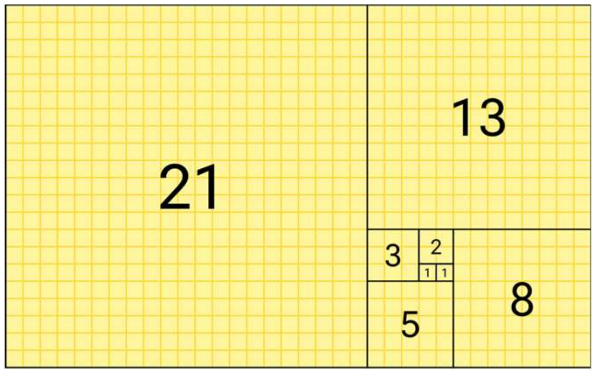


黄金螺旋(golden spiral) とは、黄金比 ϕ に関連した対数螺旋の一種

$$|b| = \frac{\log \varphi}{\pi/2} \approx 0.30634896253$$

r = eb $\boldsymbol{\theta}$

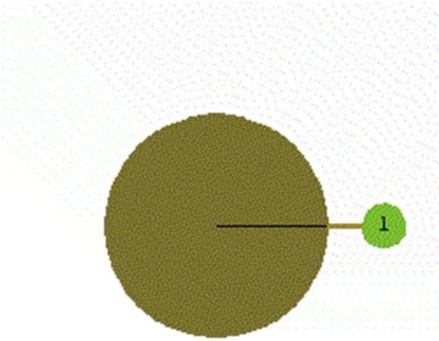
フィボナッチ数を一辺とする正方形



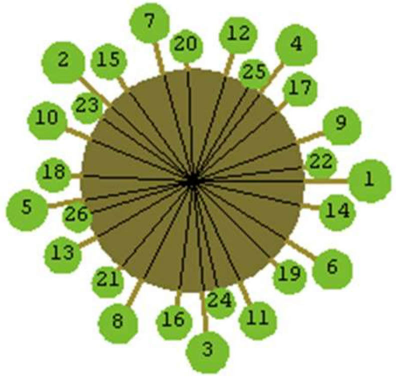
オーム貝の対数螺旋

オウムガイの殻の模様は黄金螺旋を描いている

自然界に存在する植物の葉脈や巻貝の断面図など対数螺旋ではないが黄金比に近い例として度々挙げられる。



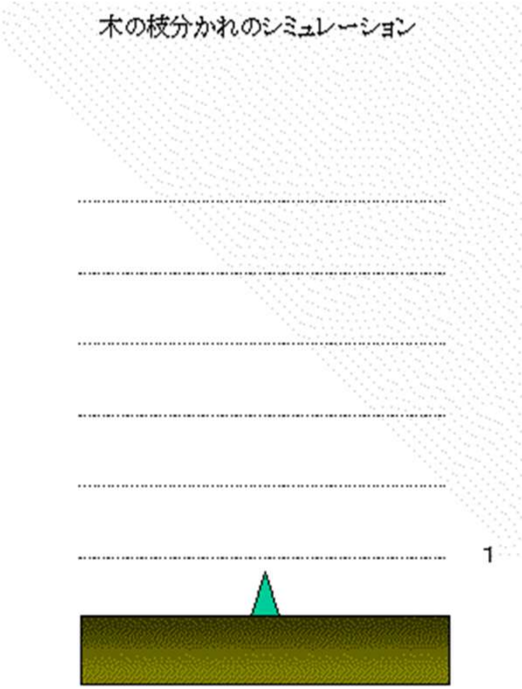
幹の周りに黄金角で生える枝葉



幹の周りに黄金角で生える枝葉
枝葉が成長していった場合

幹の周りの黄金角で生える芽
中心部分が若い芽

黄金角の位置で生えた芽が成長して次第に大きくなり，外側に拡がっていく様子。 木の幹を上から見たとき，外側が古い芽，内側へ行くほど新しい芽である。黄金角で 生えた芽は，少しずつずれながら，螺旋模様を作ることが分かる。このとき，逆向きにねじれた螺旋も微かに見える。



木は自分の枝の葉が，上からの太陽光線を最大限に受けられるように，最適に枝を出す傾向にあります。 最初に出した枝から，ある一定の角度で次の枝を出すとすると，どんな角度がよいでしょうか。 それは，１周３６０°を黄金比に分けた角，すなわち黄金角ごとに枝をだすのが，最適であることが知られています。

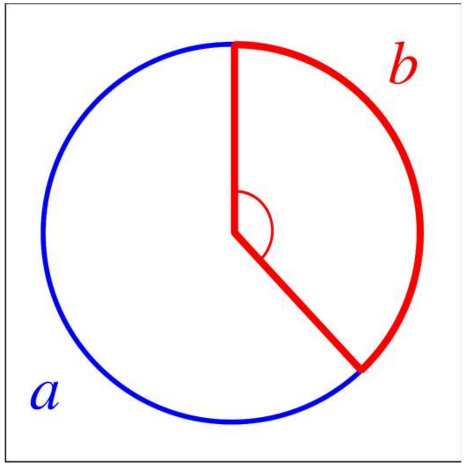
- **サクラ、カシ**: 2回転する間に5枚の葉がつく（2/5葉序）
- **セイヨウノコギリソウ**: 5回転する間に13枚の葉がつく（5/13葉序）
- 「回転数」と「葉の枚数」は、どちらもフィボナッチ数

https://gakuen.gifu-net.ed.jp/~contents/museum/golden/page62.html

黄金角とは

黄金角（Golden Angle）とは：
円（３６０度）を黄金比（1 : 1.618...）で分けた時の狭い方の角度で、約 137.5度

$$1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



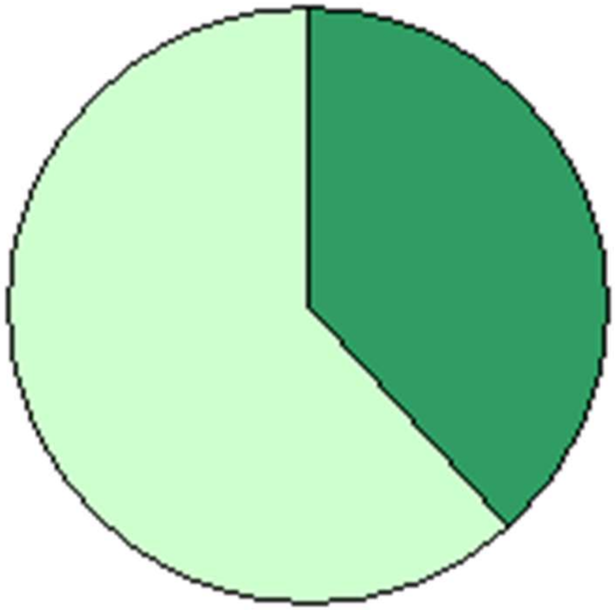
黄金角（約137.5度）の魔法
植物が新しい種（芽）を作るとき、前の種と重ならないように、少しずつ角度をずらして配置。角度が「90度（1/4回転）」や「180度（1/2回転）」のようなキリの良い数字だと、種が直線状に並んでしまい、隙間だらけになる。最も隙間なく、効率的に種を詰め込むことができる角度が黄金角。

黄金角

黄金角とは，円周を $1 : \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ に分けた角である。

$$360^\circ \times \frac{1}{1+\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}} = 137.507764\cdots$$

という角度になる。



WHY？

ひまわりの種が**らせん状**に並んでいる理由は、「**限られたスペースにできるだけ多くの種を、隙間なく効率的に詰め込むため**」。

1. 効率を最大化する「黄金角」

ひまわりの種は、中心から新しい芽が出る際、前の芽に対して**約137.5度の角度**を保って次々と生まれる。この角度は「**黄金角**」と呼ばれ、**円を最も効率よく埋め尽くすことができる特別な角度。**
もしこの角度が少しでもズレると（90度や120度）、種が直線状に並んでしまい、大きな隙間ができる。**137.5度**という絶妙な角度で並ぶことで、**種が互いに重ならず、びっしりと密度高く並ぶことができる。**

2. 数学的な美しさ「フィボナッチ数列」：右回りと左回りの2組のらせん

「21本と34本」「34本と55本」のように、隣り合うフィボナッチ数になっている。**植物が成長しながら最小限のエネルギーで最大限の種を配置しようとした結果、自然にたどり着いた形。**

3. 生存のための戦略

一つの花に1500〜3000個もの種を作るひまわりにとって、効率的な配置は重要。種の数を増やす: 隙間なく並べることで、より多くの種を残す。「**重なりを最小限にして日光を最大限に浴びる」受粉の確率を上げる:** 小さな花（筒状花）を密集させることで、昆虫が訪れた際に効率よく受粉できる。 ひまわりのらせんは、単なる模様ではなく、**子孫をより多く残すための植物の進化の結晶。**

Why 2

黄金角（約137.5度）を採用する理由：**「空間を最も効率的に埋め、重なりを最小限にするため」**

1. 「最も合理的な」数値

葉が重ならないようにするには、円周（360度）を単純な分数（1/2, 1/3, 2/5など）で割る角度を避ける必要がある。90度（1/4）だと、4枚ごとに真上に葉が来てしまい、下の葉に光が当たりません。

- **黄金角**は、「最も無理数に近い数（最も分数で近似しにくい数）」という性質を持っている。これにより、**何回転しても以前と同じ位置に重ならず、隙間を埋め尽くす**ことができる。

2. 光合成と吸水の効率化（パッキング効率）

葉が黄金角で配置されると、上から見たときに葉が重なり合う面積が最小になる。

- 日光の受光: すべての葉が効率よく太陽光を浴びることができる。
- 雨水の利用: 葉を伝って雨水が効率よく根元に落ちるようになる。
- 「高密度かつ重ならない」配置は、エネルギー効率の面で**エントロピー的な安定（最適な秩序）**をもたらす。

3. 動力学的なメカニズム（オーキシンの相互作用）
植物が意識して計算しているわけではなく、物理的な仕組みによって自動的に黄金角が選ばれる
（**自己組織化**）
•植物の成長点（茎頂）で、**オーキシンというホルモン**が集まった場所に新しい葉の子（原基）ができる。
•既存の原基は周囲のオーキシンを吸収するため、新しい原基は「すでにある原基から最も遠い場所」に発生しようとする。
•「既存の原基を避けて新しい原基が生まれる」という物理的な反発プロセスを繰り返すと、数学的に**黄金角に収束する**ことがで証明される（ホフマン・ドゥアディーのシミュレーション研究）

調和こそ自然

- でたらめさから生まれる黄金比
  - 1/p=P/1-p

(√5－1）/2

・**エントロピー**：でたらめさの評価指標・・・自由度の大きさ

- 最大の多様性があらわれる。現われる樹形のように自由度が最大となり、現れる樹形が最も多様なパターンを持つ
- 調和こそ自然：単位時間当たりのエントロピーが最大であることは、十分に長い一定間隔の単位時間に出現するパターンが最大の多様性をもって現れることを意味する。

らせん運動は「秩序の象徴」

1. 植物のらせん運動（回旋運動）のメカニズム
植物の茎や蔓（つる）が先端を回しながら伸びる現象は「サーカムニューテーション（Circumnutation）」と呼ばれます。
•**成長の不等性:** 茎の周囲で細胞の伸長速度がわずかに異なることで、回転が生じます。
•**生物学的意義:** 支柱を探す、光を効率よく浴びる、あるいは重力に対する感度を調整するなどの役割があります。
•**フィボナッチ数列:** 葉の付き方（葉序）に見られるらせんは、限られたスペースに最大限の葉を詰め込み、重なりを最小限にするための幾何学的な最適解です。黄金角（約137.5度）を採用する理由は、「空間を最も効率的に埋め、重なりを最小限にするため

2. エントロピーの観点からの評価：熱力学第二法則によれば、孤立系ではエントロピー（**無秩序さ**）が増大します。しかし、植物のような生命体は**「負のエントロピー（ネゲントロピー）」**を取り込むことで、**高度な秩序を維持**しています。

散逸構造としての植物
植物のらせん運動は、エネルギーを消費しながら秩序を作り出す**「散逸構造」**の一種と評価できます。
•**低エントロピーの維持:** 太陽光エネルギーを利用して、二酸化炭素と水から高分子（秩序だった構造）を合成します。
•**エントロピーの排出:** 成長プロセスで発生した熱や老廃物を周囲に捨てることで、個体内部の秩序を保ちます。

情報エントロピーと幾何学らせん運動によって形成される葉序や花びらの配置は、**情報エントロピーの最小化として評価**されることがあります。
　自己組織化: 外部からの具体的な指令がなくても、局所的な相互作用だけで複雑ならせん構造が出来上がる。
　配置の最適化: 葉が $137.5（黄金角）で配置されるらせん構造は、光の受容という「情報」を最も効率よく処理できる状態であり、システム全体の不確実性を下げている

まとめ：**らせん運動は「秩序の象徴」：**植物のらせん運動をエントロピーで評価すると、**「環境からのエネルギーを秩序ある運動に変換し、系全体の無秩序化に抗っているプロセス」**と定義できる。**らせんは、植物が最も少ないエネルギーコストで、最も効率的に空間を支配するための「熱力学的な戦略」**なのです。

まとめ

ひまわりの種の螺旋構造は、中心から外側へ約
度（黄金角）ずつ回転して配置される「**フィボナッチ螺旋**」です。右
回り・左回りの螺旋数は21、34、55など隣り合うフィボナッチ数列の
数になる。

フィボナッチ数列の定義: 前の2つの数字を足すと次の数字になる数列のこと

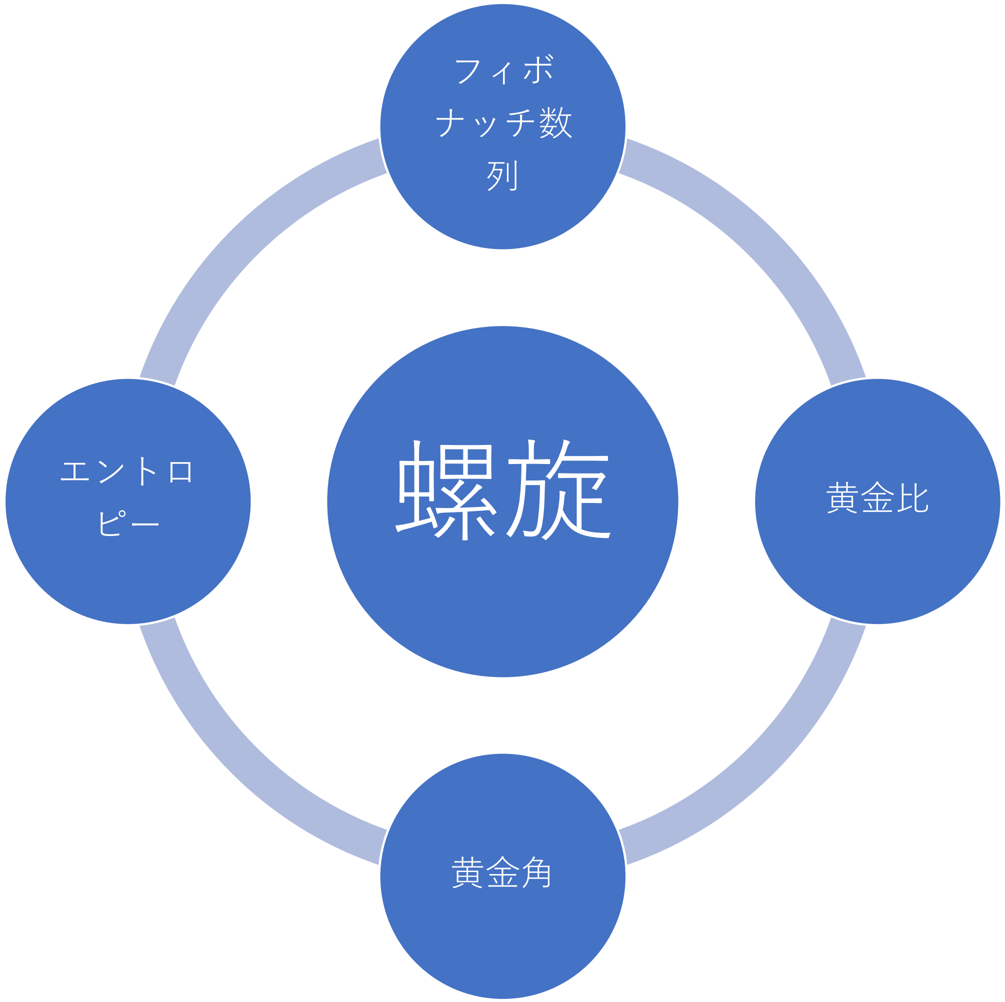
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

黄金比：1 : 1.618

黄金角（約137.5度）

螺旋構造は、**ひまわり**の他にも**松ぼっくり**や**パイナップル、ランタナ**など多くの植物、また**サクラ、カシ、セイヨウノコギリ**などの**葉序のつきかた**に観察される神秘的な自然の法則

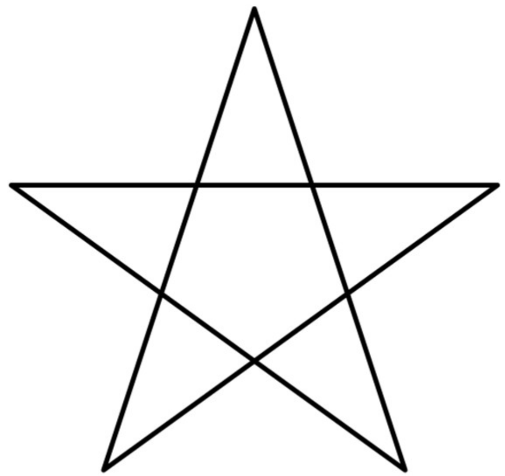
らせん運動は「秩序の象徴」


螺旋
フィボナッチ数列
黄金比
黄金角
エントロピー

五芒星（ペンタグラム）は、正五角形の対角線によって形成される図形で、その線分比に黄金比（
）を内包する非常に美しい図形です。この黄金比に基づいて描かれる「黄金角」（約１３７度）は、ヒマワリの種や植物の葉の配列など、自然界が最も効率的に詰まる構造にも現れる。

五芒星と黄金比・黄金角の関連:
五芒星の中の黄金比: 正五角形の対角線は5本あり、それらが互いに交差することで、黄金比（1:1.681）
に分割されます。五芒星のすべての交点と頂点において、短い線分と長い線分の比が黄金比 1:1.681 (ϕ） になります。

黄金角 (約１３７度）: 円周（360度）を黄金比で分割した角度です。この角度で植物の葉や種が並ぶと、無駄な隙間ができず最もコンパクトに収まるため、自然界に多く見られます。



歴史と用途: 五芒星は「黄金三角形」で構成され、古代ギリシャから「最も美しい図形」の一つとされてきました。また、日本では陰陽師・安倍晴明が使用した「晴明桔梗」として魔除けの印でもあります。

参考・参照文献

「黄金比はすべてを美しくするか？」（マリオ・リヴィオ、斉藤隆央〔訳〕）ハヤカワ文庫
「黄金比 自然と芸術にひそむもっとも不思議な数の話」（スコット・オルセン、藤田優里子〔訳〕）創元社
「波紋と螺旋とフィボナッチ」（近藤滋）秀潤社
「ひまわりの黄金比」根岸利一郎　日本評論社

参照サイト
https://analytics-notty.tech/fibonacci-and-goldenratio-in-sunflower/

https://neo.ac/column/9587/

https://hibiyastudy.hatenablog.com/entry/math/fibonacci/#google_vignette

https://analytics-notty.tech/fibonacci-and-goldenratio-in-sunflower/


Thank you
for listening